

基于变权新息协方差的自适应卡尔曼滤波器

朱文超¹, 何飞^{2,3}

(1. 中国电子科技集团公司第三十八研究所, 安徽 合肥 230041; 2. 中国科学技术大学, 安徽 合肥 230027;
3. 中国科学院合肥智能机械研究所, 安徽 合肥 230031)

摘要:针对传统卡尔曼滤波器鲁棒性差,无法实时精确跟踪系统突变状态的现实,设计了一款基于变权新息协方差的自适应卡尔曼滤波器。在传统卡尔曼滤波器的基础上,分析了突变状态无法跟踪的缘由;基于滤波发散判据,分析储备系数与均权新息协方差之间的关系,对状态突变程度进行分层;基于 Sage-Husa 估计原理与加权最小二乘准则,对于不同程度的突变状态,采用实时调整各历元新息协方差权重的策略,优化渐消因子,激活滤波增益,增权量测新息。实例研究表明,自适应卡尔曼滤波器鲁棒性强,能够精确跟踪系统突变状态,其状态收敛速度优于抗差卡尔曼滤波器,稳态精度提升了 42.05%。

关键词: 新息协方差;卡尔曼滤波;自适应算法;突变状态;精确跟踪

中图分类号: TN713 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-159X(2019)04-0083-05

doi:10.3969/j.issn.1673-159X.2019.04.013

Adaptive Kalman Filtering Based on Variable Weight Innovation Covariance

ZHU Wenchao¹, HE Fei^{2,3}

(1. The 38th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Hefei 230041 China;
2. Department of Electronic Engineering and Information Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230027 China;
3. Institute of Intelligent Machines, Chinese Academy of Science, Hefei 230031 China)

Abstract: As for poor robustness of traditional Kalman filtering and bad behavior of accurate tracking breaking state of the system, variable weight innovation covariance was designed to regulate adaptive Kalman filtering. About the algorithm, this paper first analyzed the reason of bad behavior of accurate tracking in the breaking state based on traditional Kalman filtering. By using criterion of filtering divergence, degree of state mutation was layered on the basis of the relationship between reserve coefficient and innovation covariance. Based on Sage-Husa estimation principle and weighted least squares method, according to different degree of state mutation, the technology of dynamically adjusting the weight of innovation covariance in the filter estimation was introduced. Fading factor was optimized. Filtering gain was activated in real-time. The weight of measurement innovation was enhanced. The case study result shows that the adaptive Kalman filter has strong robustness. It can get accurate tracking breaking state of the system, and the convergence rate is superior to the other rate of robust Kalman filtering, and the steady precision can be improved to 42.05 percent.

Keywords: innovation covariance; Kalman filtering; adaptive algorithm; mutation state; accurate tracking

收稿日期: 2018-06-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(61473272)。

第一作者: 朱文超(1989—),男,工程师,硕士,主要研究方向为信息获取与检测技术。

ORCID:0000-0003-2552-1841 E-mail:412815833@qq.com

引用格式: 朱文超,何飞. 基于变权新息协方差的自适应卡尔曼滤波器[J]. 西华大学学报(自然科学版),2019,38(4):83-87.

ZHU Wenchao, HE Fei. Adaptive kalman filtering based on variable weight innovation covariance[J]. Journal of Xihua University (Natural Science Edition), 2019, 38(4): 83-87.

卡尔曼(Kalman)滤波器具有实时性高、数据存贮量小、估计精度高等特点,已广泛运用于数字信号处理、故障联合诊断、目标跟踪等领域^[1]。然而,传统 Kalman 滤波器依赖于系统模型的准确性,当状态参数发生扰动时,通常无法精确跟踪系统突变状态,严重时会发生发散现象^[2]。针对这一问题,文献[3-4]针对 SINS/DVL 组合导航系统,利用 Sage-Husa 估计原理确定量测新息协方差的取值准则,并实时解算渐消因子,调整预测协方差。文献[5-6]将强跟踪思想融入自适应容积 Kalman 滤波器,提升其鲁棒特性,解决因船舶及飞行器运动模型偏差导致滤波精确度下降的问题。文献[7-8]在强跟踪滤波器中引入了限定记忆理论,形成区间 Kalman 滤波器,通过渐消因子修正滤波增益,增强跟踪突变状态的能力。文献[9]利用交互多模型算法与衰减记忆 Kalman 滤波,实时更新衰减因子,调整滤波增益,并成功运用于预警机运动跟踪领域。文献[10]基于模糊控制理论模型,动态调整弱化因子与渐消因子,膨胀量测新息,降低估计误差,并成功应用于 GPS 定位解算领域中。

然而,上述研究均未对状态突变程度进行分层,致使状态收敛速度慢。为解决该问题,本文在滤波发散判据的基础上,梳理储备系数与量测新息协方差的关系,对状态突变程度进行划分,针对不同幅度的状态突变,利用变权新息协方差求解渐消因子,提升了估计精度,能实时跟踪系统突变状态。

1 Kalman 滤波

1.1 线性离散时间系统

k 历元下,线性离散时间系统状态方程和量测方程可表示为

$$\mathbf{X}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} \mathbf{U}_{k-1} + \Psi_{k,k-1} \mathbf{W}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \quad (2)$$

式中: \mathbf{X}_k 是 m 维状态向量; $\Phi_{k,k-1}$ 是 $m \times m$ 维 $k-1$ 历元过渡至 k 历元的状态转移矩阵; \mathbf{U}_{k-1} 是 p 维输入控制量; $\Gamma_{k,k-1}$ 是 $m \times p$ 维控制输入系数矩阵; \mathbf{W}_{k-1} 是 q 维系统过程噪声序列; $\Psi_{k,k-1}$ 是 $m \times q$ 维过程噪声系数矩阵; \mathbf{Z}_k 是 j 维量测向量; \mathbf{H}_k 是 $j \times m$ 维量测系数矩阵; \mathbf{V}_k 是 j 维系统量测噪声序列。

1.2 传统 Kalman 滤波鲁棒性分析

传统 Kalman 滤波是一种线性、无偏且误差方差最小的随机系统最优估计算法^[11],其鲁棒性较差,无法精准跟踪系统突变状态。究其原因,主要有 2 点:1) 状态扰动下的预测估计 $\hat{\mathbf{X}}_{k,k-1}$ 偏差较大;2) 稳

态环境下,滤波增益无法实时增权量测新息。

假设状态扰动(控制参数突变、噪声统计特性变化等)于 k 历元加载至稳态系统,则真实状态将发生突变,突变信息首先表现在量测新息,作用于状态模型中的系数矩阵,如扰动方程(3)中 $\Delta\Phi_{k,k-1}$ 、 $\Delta\Gamma_{k,k-1}$ 、 $\Delta\Psi_{k,k-1}$ 。若仍依靠旧模型进行状态估计,则必然产生较大的偏差。然而,稳态系统的滤波增益为定值,无法实时增权量测新息,估计量将逐渐偏离真实值,最终发散。

$$\mathbf{X}_k = (\Phi_{k,k-1} + \Delta\Phi_{k,k-1}) \mathbf{X}_{k-1} + (\Gamma_{k,k-1} + \Delta\Gamma_{k,k-1}) \mathbf{U}_{k-1} + (\Psi_{k,k-1} + \Delta\Psi_{k,k-1}) \mathbf{W}_{k-1} \quad (3)$$

精确跟踪系统突变状态,避免滤波发散的方法有 2 种:1) 研究扰动参数特性,构建精确的数学模型,获取准确预测估计;2) 实时激活滤波增益,在状态扰动环境下,增权量测新息。

然而,扰动种类繁多,特性复杂,难以准确建立数学模型。本文在分析状态突变程度的基础上,综合考虑跟踪精度及算法时耗,利用变权量测新息协方差解算渐消因子,激活滤波增益,增权量测新息,实时精确跟踪系统突变状态。

2 自适应 Kalman 滤波

2.1 自适应 Kalman 递推公式

在传统 Kalman 滤波的基础上,引入渐消因子 λ_k 优化预测估计协方差,结合线性离散时间系统模型,获取自适应 Kalman 滤波递推公式。

1) 状态预测。

状态预测估计

$$\hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} \mathbf{U}_{k-1} \quad (4)$$

预测估计协方差

$$\bar{\mathbf{P}}_{k,k-1} = \lambda_k (\Phi_{k,k-1} \bar{\mathbf{P}}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Psi_{k,k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Psi_{k,k-1}^T) \quad (5)$$

2) 观测更新。

量测新息

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} \quad (6)$$

滤波增益

$$\bar{\mathbf{K}}_k = \bar{\mathbf{P}}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \quad (7)$$

最优估计

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} + \bar{\mathbf{K}}_k \cdot \mathbf{Y}_k \quad (8)$$

后验协方差

$$\bar{\mathbf{P}}_k = \bar{\mathbf{P}}_{k,k-1} - \bar{\mathbf{K}}_k \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_{k,k-1} \quad (9)$$

式中: \mathbf{Q}_{k-1} 、 \mathbf{R}_k 分别为过程噪声 \mathbf{W}_{k-1} 与量测噪声 \mathbf{V}_k 的协方差矩阵。

2.2 渐消因子解算

线性最优 Kalman 滤波最重要的一个特点是当滤波增益最优时,量测新息序列 \mathbf{Y}_k 处处正交。自相关函数^[12]可表示为

$$E[\mathbf{Y}_{k+j}\mathbf{Y}_k^T] = \mathbf{P}_{k,k-1}^{\text{opt}} \cdot \mathbf{H}_k^T - \mathbf{K}_k^{\text{opt}} \mathbf{C}_k^{\text{opt}} \equiv \mathbf{0} \quad (10)$$

式中: \mathbf{C}_k 为量测新息协方差矩阵,上标 opt 代表最优矩阵。

依据 Kalman 滤波递推公式,化简式(10),为

$$\mathbf{C}_k^{\text{opt}} \equiv \mathbf{R}_k + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1}^{\text{opt}} \cdot \mathbf{H}_k^T \quad (11)$$

若 k 历元系统状态未突变,则传统 Kalman 滤波器的预测协方差 $\mathbf{P}_{k,k-1}^{\text{base}}$ 可满足正交方程

$$\mathbf{C}_k^{\text{base}} = \mathbf{R}_k + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1}^{\text{base}} \mathbf{H}_k^T \quad (12)$$

$$\mathbf{P}_{k,k-1}^{\text{base}} = \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1}^{\text{base}} \Phi_{k,k-1}^T + \Psi_{k,k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Psi_{k,k-1}^T \quad (13)$$

式中:上标 base 代表传统 Kalman 滤波器产生的协方差矩阵。

若 k 历元系统状态突变,需重新激活滤波增益,利用优化预测协方差 $\bar{\mathbf{P}}_{k,k-1}$ 满足正交方程,则式(11)可化为

$$\mathbf{C}_k^{\text{opt}} \equiv \mathbf{R}_k + \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T \quad (14)$$

根据 Sage 开窗估计法^[13],设置限定记忆窗口长度为 N ,获取 $\mathbf{C}_k^{\text{opt}}$ 在 k 历元下的估计值 $\bar{\mathbf{C}}_k$,即

$$\bar{\mathbf{C}}_k = \sum_{j=0}^{N-1} \frac{1}{N} \mathbf{Y}_{k-j} \mathbf{Y}_{k-j}^T \quad (15)$$

状态突变信息将首先表现于量测新息协方差,故本文将 $\bar{\mathbf{C}}_k$ 与 $\mathbf{C}_k^{\text{base}}$ 作为感应元素,同时,根据滤波发散判据^[14],引入储备系数 μ_0 ,作为突变程度的标尺,依据三者的关系构造 λ_k 的边界条件。

当状态突变程度较浅时,即 $\mathbf{C}_k^{\text{base}} < \bar{\mathbf{C}}_k < \mu_0 \mathbf{C}_k^{\text{base}}$,需在保证跟踪精度的同时,减小算法时耗,提升实时性,故在设置限定记忆窗口长度的基础上,平均分配各历元量测新息协方差的权值, $\mathbf{C}_k^{\text{opt}}$ 在 k 历元下的最优估计值仍为 $\bar{\mathbf{C}}_k$,如式(15)所示。

联立式(12)、式(14)、式(15)进行矩阵的迹运算,获取 λ_k 的函数解析式

$$\lambda_k = \frac{\text{tr}[\bar{\mathbf{C}}_k - \mathbf{R}_k]}{\text{tr}[\mathbf{C}_k^{\text{base}} - \mathbf{R}_k]} \quad (16)$$

需要说明的是,更新 λ_{k+1} 时,需将 k 历元下的后验协方差 $\bar{\mathbf{P}}_k$ 作为 $\mathbf{P}_k^{\text{base}}$,代入式(12)与式(13),求解 $\mathbf{C}_{k+1}^{\text{base}}$,判断其与 $\bar{\mathbf{C}}_{k+1}$ 的关系,构造边界条件,再进入 $k+1$ 历元的迭代估计阶段。

当状态突变程度较深时,即 $\bar{\mathbf{C}}_k > \mu_0 \mathbf{C}_k^{\text{base}}$,需首先保证突变状态的跟踪精度。此时,首先缩短限定记忆窗口长度,减小旧量测数据的影响。其次,重新分

配各历元新息协方差权值,增强状态估计对 k 历元量测信息的需求程度,则 $\mathbf{C}_k^{\text{opt}}$ 在 k 历元下的最优估计值为 $\hat{\mathbf{C}}_k$,即

$$\hat{\mathbf{C}}_k = \sum_{j=0}^{[N/\mu_0]-1} \xi_{k-j} \mathbf{Y}_{k-j} \mathbf{Y}_{k-j}^T; \quad \sum_{j=0}^{[N/\mu_0]-1} \xi_{k-j} = 1 \quad (17)$$

$$\xi_{k-j} = \frac{1 - b_k}{1 - (b_k)^{[N/\mu_0]}} (b_k)^j \quad (18)$$

式中: ξ_{k-j} 为各历元新息协方差权值; b_k 为 k 历元下的突变程度系数; $[N/\mu_0]$ 为取整函数。

基于加权最小二乘准则,在 $k-1$ 历元最小二乘估计 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}^{\text{LSW}}$ 的基础上,计算 k 历元的误差协方差 $\mathbf{P}_k^{\text{LSW}}$,为

$$\mathbf{P}_k^{\text{LSW}} = \mathbf{P}_{k-1}^{\text{LSW}} - \mathbf{P}_{k-1}^{\text{LSW}} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k-1}^{\text{LSW}} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k-1}^{\text{LSW}} \quad (19)$$

利用 $\mathbf{P}_k^{\text{LSW}}$ 构建 k 历元下的量测先验协方差 $\mathbf{P}_{k,k-1}^{\text{LSW}}$,进而更新突变系数 b_k ,调节滤波增益。综合式(13)、式(19)进行矩阵迹运算,获取 b_k 的解析解,为

$$b_k = \frac{\text{tr}[\mathbf{P}_{k,k-1}^{\text{base}}]}{\text{tr}[\Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1}^{\text{LSW}} \Phi_{k,k-1}^T] + \text{tr}[\Psi_{k,k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Psi_{k,k-1}^T]} \quad (20)$$

量测先验协方差 $\mathbf{P}_{k,k-1}^{\text{LSW}}$ 由当前历元的量测新息构成,状态突变程度的加深将增大 $\mathbf{P}_{k,k-1}^{\text{base}}$ 与 $\mathbf{P}_{k,k-1}^{\text{LSW}}$ 之间的误差,减小突变系数 b_k ,最终致使 k 历元新息协方差权值 ξ_k 得到提升。

综合式(16)~(20),获取渐消因子 λ_k 的三段式函数模型,即

$$\lambda_k = \begin{cases} 1, & \bar{\mathbf{C}}_k < \mu_0 \mathbf{C}_k^{\text{base}} \\ \text{tr}[\bar{\mathbf{C}}_k - \mathbf{R}_k] / \text{tr}[\mathbf{C}_k^{\text{base}} - \mathbf{R}_k], & \mathbf{C}_k^{\text{base}} < \bar{\mathbf{C}}_k < \mu_0 \mathbf{C}_k^{\text{base}} \\ \text{tr}[\hat{\mathbf{C}}_k - \mathbf{R}_k] / \text{tr}[\mathbf{C}_k^{\text{base}} - \mathbf{R}_k], & \bar{\mathbf{C}}_k > \mu_0 \mathbf{C}_k^{\text{base}} \end{cases} \quad (21)$$

3 试验验证

本文以中科院智能机械研究所自行研制的双 E 型弹性体六维力传感器为研究对象,在静态标定环境下,研究传统 Kalman 滤波器 (traditional Kalman filter, TKF)、抗差 Kalman 滤波器^[15] (robust Kalman filter, RKF)、自适应 Kalman 滤波器 (adaptive Kalman filter, AKF) 的鲁棒特性。

六维力传感器标定实验台如图 1 所示。依次从 F_z 方向标定数据库中抽取恒载、卸载、加载 3 种控制方式的量测数据进行分析。其中:恒载输出的理论值为 25 mV;卸载输出的理论值为 10 mV;加载输出的理论值为 60 mV。取限定记忆窗口长度 $N=8$;

储备系数 $\mu_0 = 2$ 。假设前 47 历元,传感器持续进行恒载输出,第 48 历元时,分别进行卸载或加载操作,状态将产生不同程度的突变,理想突变趋势如图 2 所示。由于系统状态突变的原因,传感器载荷变化,即输入控制发生变化,故 k 历元下的扰动方程(3)可化为式(22),分别利用 TKF、RKF、AKF 对量测值进行滤波处理,结果如图 3—7 所示。

$$X_k = X_{k-1} + (U_{k-1} + \Delta U_{k-1}) + W_{k-1} \quad (22)$$

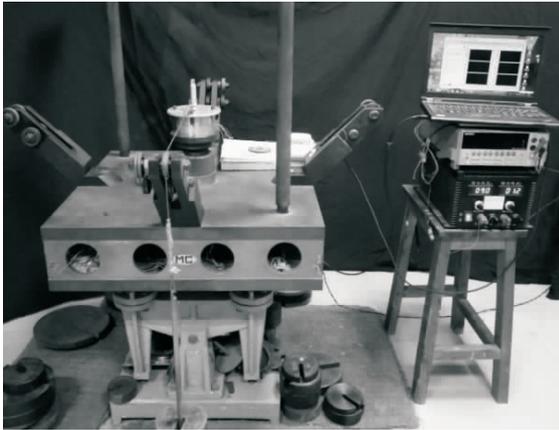


图 1 六维力传感器标定实验台

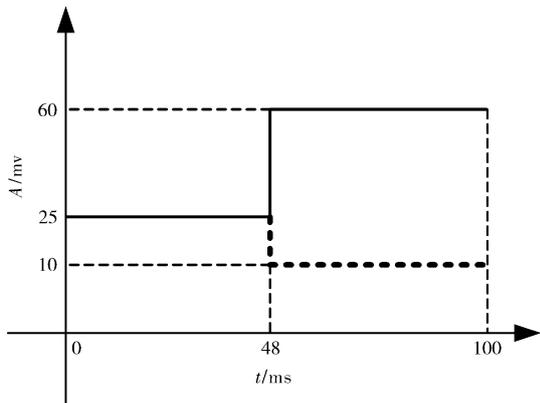


图 2 理想状态突变信号

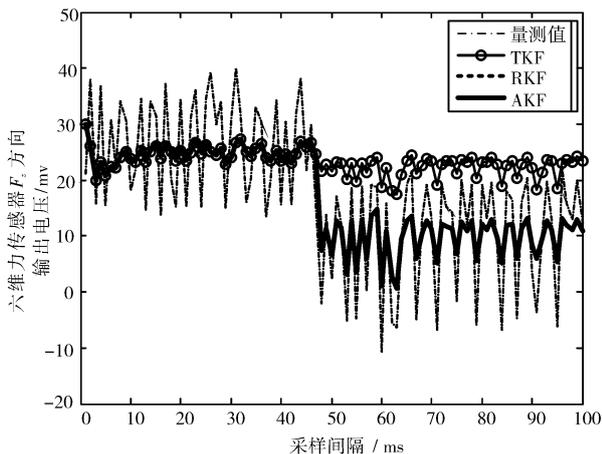


图 3 恒载至卸载 3 种算法跟踪效果

图 3—5 反映了恒载转变至卸载环境下,3 种算法的跟踪效果。从图 4 中可以看出,前 47 历元,系统处于稳态环境,AKF 与 RKF 均退化为 TKF。3 种算法状态收敛速度与估计精度均相同。

系统状态在第 48 历元发生突变,TKF 算法逐渐偏离真实状态,后验误差无限增大,如图 3 所示。反观 AKF 与 RKF,两者均能有效地跟踪系统突变状态。由于状态突变程度较浅,故 AKF 采用均权新息协方差求解 λ_k 。此时 AKF 退化为 RKF,两者估计性能相同,如图 5 所示。

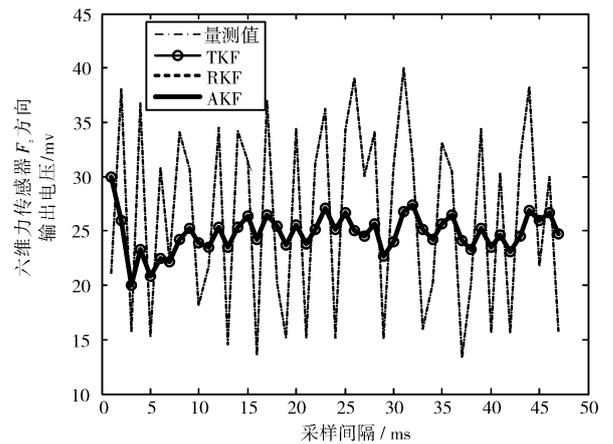


图 4 恒载 3 种算法跟踪效果

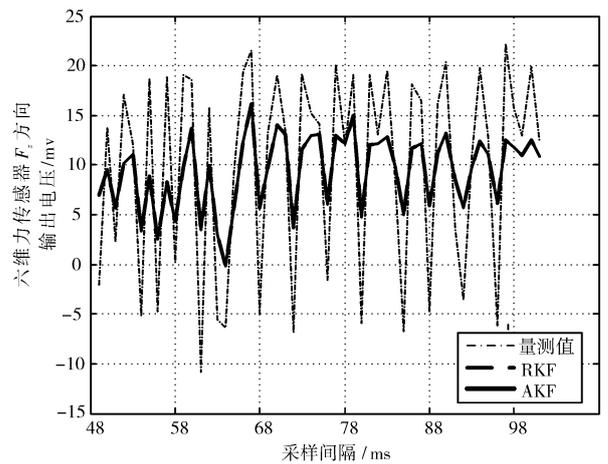


图 5 卸载后 RKF 与 AKF 跟踪效果

图 6—7 反映了恒载转变至加载环境下,3 种算法的跟踪效果。系统状态在第 48 历元突变,TKF 滤波发散。RKF 利用均权渐消因子增量测信息,有效跟踪突变状态。然而,AKF 调整了各历元新息协方差的权值,在保证平滑性的同时,深层次利用当前量测新息跟踪状态,滤波性能优于 RKF。尤其在第 78 历元至第 100 历元阶段,AKF 状态收敛速度优于 RKF。从表 1 中可以看出,相较于 RKF,AKF 稳态精度提升了 42.05%

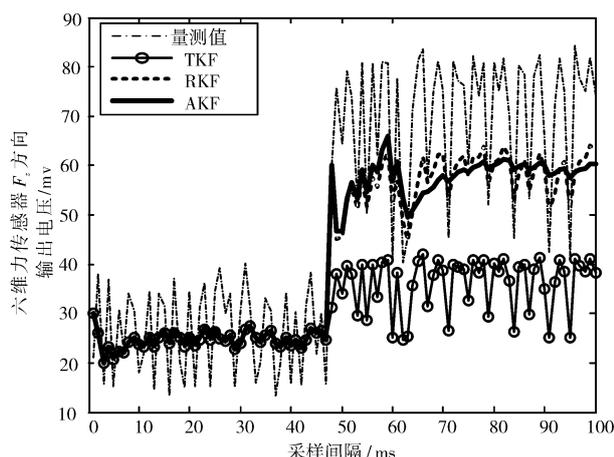


图6 恒载至加载3种算法跟踪效果

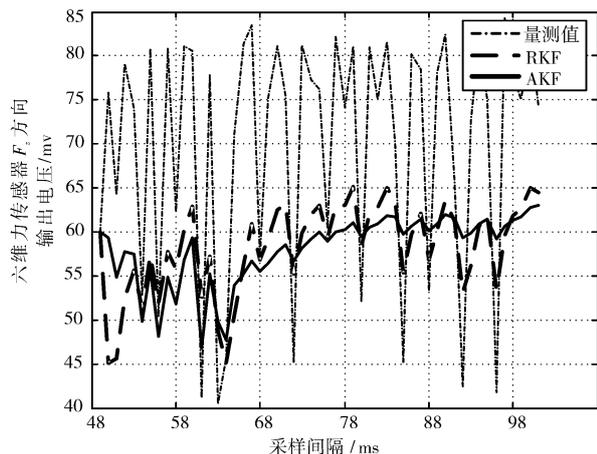


图7 加载后RKF与AKF跟踪效果

表1 RKF与AKF性能对比

滤波算法	突变后误差	精度提升
RKF	2.645 2	—
AKF	1.532 9	42.05%

4 结论

为解决传统 Kalman 滤波无法精确跟踪系统突变状态的问题,设计了自适应 Kalman 滤波器,针对不同的状态突变程度,采用变权新息协方差求解渐消因子,实时激活滤波增益,增量测量新息。实验表明,所述自适应 Kalman 滤波器具有较强健的鲁棒性,稳态精度优于抗差 Kalman 滤波。然而,本文仅

分析了标量渐消因子的求解方法,对于多维渐消因子的优化策略,还有待于进一步深入研究。

参考文献

[1] 董秋军. 基于 Kalman 滤波器的动力定位系统非线性控制方法[D]. 大连:大连海事大学,2017.

[2] CHANG G B, LIU M. M-estimator-based robust Kalman filter for systems with process modeling errors and rank deficient measurement models [J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 80(3): 1431-1449.

[3] CHINGIZ H, HALIL E S. Robust adaptive Kalman filter for estimation of UAV dynamics in the presence of sensor/actuator faults[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 28: 376-383.

[4] GAO W, LI J C. Adaptive Kalman filtering for the integrated SINS/DVL system [J]. Journal of Computational Information Systems, 2013, 9(16): 6443-6450.

[5] 丁家琳,肖建,赵涛. 自适应 CKF 强跟踪滤波器及其在应用[J]. 电机与控制学报,2015,19(11):111-119.

[6] 徐树生,李娟,温利,等. 强跟踪自适应 CKF 及其在动力定位中应用[J]. 电机与控制学报,2015,19(2):102-107.

[7] 徐韩,曾超,黄清华. 一种基于渐消因子的区间卡尔曼滤波器方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2017,42(12):1827-1839.

[8] 郭鹏飞,罗倩. 基于自适应区间卡尔曼滤波器的状态估计[J]. 北京信息科技大学学报(自然科学版),2017,32(6):24-29.

[9] 蔡佳,黄长强,井会锁,等. 基于指数加权的改进衰减记忆自适应滤波算法[J]. 探测与控制学报,2013,35(4):21-26.

[10] CHANG G B, LIU M. An adaptive fading Kalman filter based on Mahalanobis distance[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2015, 229(6): 1114-1123.

[11] 程明飞. 抗差自适应 Kalman 滤波及其在 GNSS 测姿系统中的应用[D]. 上海:华东师范大学,2016.

[12] 钟锐,吴怀宇,吴若鸿. 基于强跟踪 Kalman 滤波的鲁棒人脸跟踪算法[J]. 计算机工程与设计,2016,37(2):476-480.

[13] 宋会杰,董绍武,屈俐俐,等. 基于 Sage 窗的自适应 Kalman 滤波用于钟差预报研究[J]. 仪器仪表学报,2017,38(7):1810-1816.

[14] 付梦印,邓志红,张继伟. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京:科学出版社,2003.

[15] 王润英,伍彦熹,慕子煜,等. 基于 M 估计的抗差 Kalman 滤波算法在某混凝土重力坝变形监测中的应用[J]. 水电能源科学, 2015,33(12):89-92.

(编校:饶莉)